

1) **Suites arithmétiques**

- a)  $(u_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 5$  et de raison 10.  
Calculer  $u_n$  pour  $1 \leq n \leq 5$ , puis  $u_n$  pour  $n$  quelconque, la première valeur de  $n$  telle que  $u_n > 100u_0$ , et enfin la somme  $u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$ .
- b)  $(v_n)$  est une suite arithmétique, telle que  $v_5 = 17$ , et  $v_{13} = 28$ . Calculer sa raison, son premier terme, ainsi que  $v_{20}$ .

2) **Suites géométriques**

- a)  $(u_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $u_0 = 1000$ , et de raison 1,05.  
Calculer  $u_n$  pour  $1 \leq n \leq 5$ , puis pour  $n$  quelconque, déterminer la première valeur de  $n$  pour laquelle  $u_n \geq 2u_0$ , et enfin la somme  $u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$ .
- b)  $(v_n)$  est une suite géométrique, telle que  $v_5 = 12$ , et  $v_7 = 6$ . Calculer sa raison et son premier terme. Y a-t-il un problème ?

3) **Suites arithmético-géométriques**

- a) Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0 = 5$ , et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = 2u_n + 3$ .
- i. Montrer que  $(u_n)$  est croissante.
  - ii. On pose  $v_n = u_n + 3$ . Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique.
  - iii. Calculer  $v_n$  pour  $n \in \mathbb{N}$ .
  - iv. En déduire la valeur de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- b) Soit  $(v_n)$  définie par  $v_0 = 0,1$ , et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_{n+1} = 11v_n - 1$ .
- i. Vérifier que  $(v_n)$  est constante.
  - ii. Programmer le calcul des premiers termes de cette suite sur un tableur. Que se passe-t-il ? Expliquer ce phénomène.
- c) On place, à partir de l'an 2000, chaque année 9000€ sur un compte rémunéré à un taux annuel de 6% à intérêts composés.  
On note  $u_n$  le capital disponible au premier janvier de l'année  $2000 + n$ . Ainsi,  $u_0 = 9000$ .
- i. Calculer  $u_1$ .
  - ii. Montrer que pour tout entier  $n$ ,  $u_{n+1} = 1,06u_n + 9000$ .
  - iii. Considérons la suite  $(v_n)$  définie par  $v_n = u_n + 150\,000$ .  
Calculer  $v_0$ , et montrer que  $v_{n+1} = 1,06v_n$ . En déduire la nature de la suite  $(v_n)$ , et la valeur de  $v_n$ , puis celle de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - iv. À partir de quelle année le capital disponible dépasse-t-il 200 000€ ?

4) **Comparaison de suites**

- a) Un algorithme de recherche de plus court chemin explore un réseau de  $n$  ville en effectuant  $n!$  calculs.
- i. Que pensez-vous de ses performances ? Faites un tableau.
  - ii.