

Les complexes : addition, multiplication, division, conjugaison

1) Donner la forme algébrique des complexes suivants :

$$4(1-i) + 2 - 3i \quad (2-4i)(2+4i) \quad (2-i)(3+4i)(5-i) \quad (2+i)^3$$

2) (a) Calculer i^2, i^3, i^4, i^5 , et donner une forme générale pour i^n pour $n \in \mathbb{N}^*$.

(b) Calculer $1+i+i^2+\dots+i^7$, puis plus généralement $1+i+i^2+\dots+i^n$, pour $n \in \mathbb{N}^*$.

3) (a) Soit a et b deux réels. Calculer $(a+ib)(a-ib)$.

(b) Comment trouver la forme algébrique de $\frac{1}{a+ib}$?

(c) Donner la forme algébrique des complexes suivants :

$$\frac{1}{3+2i} \quad \frac{1}{i} \quad \frac{1+i}{1-2i} \quad \frac{i(2-i)^3}{-3+i}$$

4) Si $a+ib$ est la forme algébrique du complexe z , on appelle *conjugué* de z et on note \bar{z} le complexe d'écriture algébrique $a-ib$. Par exemple, $\overline{2-3i} = 2+3i$.

(a) Montrer que $\overline{z+z'} = \bar{z} + \bar{z}'$ et que $\overline{z \cdot z'} = \bar{z} \cdot \bar{z}'$. Que peut-on dire de $\overline{z^n}$? De $\overline{1/z}$?

(b) Déterminer les conjugués des complexes suivants :

$$i(1-i) \quad (1+i)^3 \quad \frac{1-4i}{2-3i}$$

(c) Faire le TD 1 p.331.

Les complexes : addition, multiplication, division, conjugaison

1) Donner la forme algébrique des complexes suivants :

$$4(1-i) + 2 - 3i \quad (2-4i)(2+4i) \quad (2-i)(3+4i)(5-i) \quad (2+i)^3$$

2) (a) Calculer i^2, i^3, i^4, i^5 , et donner une forme générale pour i^n pour $n \in \mathbb{N}^*$.

(b) Calculer $1+i+i^2+\dots+i^7$, puis plus généralement $1+i+i^2+\dots+i^n$, pour $n \in \mathbb{N}^*$.

3) (a) Soit a et b deux réels. Calculer $(a+ib)(a-ib)$.

(b) Comment trouver la forme algébrique de $\frac{1}{a+ib}$?

(c) Donner la forme algébrique des complexes suivants :

$$\frac{1}{3+2i} \quad \frac{1}{i} \quad \frac{1+i}{1-2i} \quad \frac{i(2-i)^3}{-3+i}$$

4) Si $a+ib$ est la forme algébrique du complexe z , on appelle *conjugué* de z et on note \bar{z} le complexe d'écriture algébrique $a-ib$. Par exemple, $\overline{2-3i} = 2+3i$.

(a) Montrer que $\overline{z+z'} = \bar{z} + \bar{z}'$ et que $\overline{z \cdot z'} = \bar{z} \cdot \bar{z}'$. Que peut-on dire de $\overline{z^n}$? De $\overline{1/z}$?

(b) Déterminer les conjugués des complexes suivants :

$$i(1-i) \quad (1+i)^3 \quad \frac{1-4i}{2-3i}$$

(c) Faire le TD 1 p.331.