

Interrogation n°6 : dénombrements

Cours (4 points)

- 1) Définir une p -liste d'un ensemble à n éléments. Combien y en a-t-il ?
Même question avec une p -combinaison.
- 2) Énoncer la formule du binôme de Newton, et la démontrer.
Développer $(a + b)^4$ et $(x - y)^5$.

Vrai-Faux (3 points)

Indiquer si les phrases suivantes sont vraies ou fausses, et justifier votre réponse.

- 1) Le coefficient de x^3y^7 dans le développement de $(x + y)^9$ est $\binom{9}{3}$.
- 2) Dans une course comportant 12 partants, il y a 12 fois plus de quartés (i.e. d'ordres d'arrivée des 4 premiers) que de tiercés.
- 3) Dans un ensemble E de cardinal *impair*, il y a autant de parties possédant un nombre pair d'éléments que de parties possédant un nombre impair d'éléments.

Exercices (15 points)

1) Exercice 1 : calculs divers (4 points)

(a) Écrire sans ! le nombre $\frac{(n-1)!}{n!} - \frac{n!}{(n+1)!}$.

(b) Résoudre les équations suivantes, d'inconnue n :

(i) $n! = 120$ (ii) $(n+1)! = 132(n-1)!$ (iii) $\binom{n}{2} = 28$

(c) Trouver la partie réelle de $(1 + 2i)^4$.

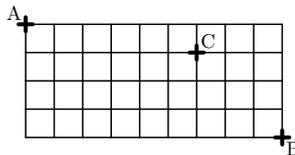
2) Exercice 2 : parcours sur une grille (3 points)

Dans la figure ci-dessous, on considère les chemins (i.e. les lignes brisées) joignant les points A et B , en utilisant les segments du quadrillage. On a uniquement le droit d'aller vers la **Droite** et vers le **Bas**.

(a) Combien y a-t-il de tels chemins ?

(*indication : montrer que c'est le nombre de mots de 13 lettres s'écrivant avec 9 D et 4 B*)

(b) Combien de ces chemins passent par le point C ?



3) Exercice 3 : let's play poker (8 points)

Au poker, on distribue des mains de 5 cartes tirées d'un jeu de 52 cartes.

Un *brelan* est une main composée de trois cartes de même hauteur (trois As, ou trois 2...) et de deux cartes de hauteurs différentes.

Une *couleur* (ou un *flush*) est une main composée de cinq cartes de la même couleur (pique, coeur, carreau ou trèfle).

Une *quinte* est une main composée de 5 cartes dont les numéros se suivent : As-2-3-4-5, 7-8-9-10-Valet, ou 10-Valet-Dame-Roi-As par exemple (mais pas Roi-As-2-3-4).

Enfin, une *quinte flush* est une main qui est à la fois une quinte et une couleur.

- (a) Combien y a-t-il de quintes flush différentes ?
- (b) Combien y a-t-il de brelans ?
- (c) Combien y a-t-il de flush (qui ne soient pas des quintes flush évidemment) ?
- (d) Y a-t-il plus ou moins de quintes que de flush ?