

# Préparation du test du 13 septembre 2008

## Thèmes abordés :

- t1 *Calculs divers*
- t2 *Manipulation de trinômes*
- t3 *Résolution d'inéquations*
- t4 *Terme général d'une suite arithmétique ou géométrique*
- t5 *Montrer qu'une suite est arithmétique ou géométrique*
- t6 *Calcul d'une somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique*
- t7 *Limites de fonctions polynômes en  $\pm \infty$*
- t8 *Limites de fonctions rationnelles en  $\pm \infty$ , ou en  $a \in \mathbb{R}$  ( $a \in D_f$  ou  $a \notin D_f$ )*
- t9 *Montrer qu'une droite est asymptote à la courbe d'une fonction.*

## Exercices

t1- a) Montrer que chacune des expressions suivantes est un réel indépendant de  $n$  ou  $x$  :

$$\frac{-4 + 2(n+1)}{3} - \frac{-4 + 2n}{3}, \quad \frac{\frac{1}{3}x + 1}{x + 3}, \quad \frac{1}{\frac{4x-3}{3x-2} - 1} - \frac{1}{x-1}, \quad \frac{2^{3n+4}}{3^{2n+5}} \times \frac{3^{2n+3}}{2^{3n+1}}$$

b) Donner une écriture sans radical au dénominateur de l'expression suivante :  $\frac{1}{\sqrt{2-3}}$ .

c) Factoriser :  $2^{3n} + 2^{3n+2} \times 5$ .

t2- Factoriser le trinôme  $A(x) = 3x^2 - x - 3$  et étudier son signe.

t3- Résoudre l'inéquation :  $\frac{x^2 - 1}{x + 1} \geq 3x - 2$ .

- t4-
  - $(u_n)$  est une suite arithmétique de raison 3 et  $u_1 = -2$  ; exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - $(v_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $v_0 = 4$  et de raison  $-\frac{1}{2}$  ; exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .

t5-  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{1-3n}{2}$  et  $v_n = \frac{3^{2n}}{2^{n+1}}$ . Préciser la nature et les éléments caractéristiques de ces deux suites, exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$  et  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$ .

- t6-
  - $(u_n)$  est une suite arithmétique de raison 3, et  $u_1 = -2$  ; calculer  $u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ .
  - $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 3 et  $v_1 = -2$  ; calculer  $v_1 + v_2 + \dots + v_7$ .

t7- Déterminer les limites de  $-3x^5 + 2x^4 + 1515x - 17$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .

t8- Étudier les limites de :

(a)  $\frac{3x^2 - 10x + 1}{-x^3 + x - 1}$  en  $-\infty$       (b)  $\frac{x^2 + 5x - 3}{2 - x}$  en  $2^+$       (c)  $\frac{x^2 + 5x - 3}{2 - x}$  en 2.

t9- On considère la fonction  $g : x \mapsto \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ , définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

- (a) Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $g(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$  pour tout  $x \neq -2$ .
- (b) Montrer que la droite  $\Delta : y = x + 1$  est asymptote à la courbe  $\mathcal{C}_g$  en  $+\infty$ .