Test du 13 septembre 2008

t1- a) Montrer que chacune des expressions suivantes est un réel indépendant de n ou x :

$$\frac{1-2x}{x-\frac{1}{2}}, \qquad \frac{1}{\frac{10-7}{-4x+3}+2}-\frac{1}{2x-1}, \qquad \frac{5^{3n+1}}{10^{3n}}\times 2^{3n+3}$$

b) Donner une écriture sans radical au dénominateur de l'expression suivante : $\dfrac{1}{-1+\sqrt{2}}$.

c) Factoriser : 2^n+6^n.

t2- Factoriser le trinôme $A(x)=5x^2-x-3$ et étudier son signe.

t3- Résoudre l'inéquation : $\dfrac{4x^2+x}{x-2}\geqslant x-5$.

t4-
- (u_n) est une suite arithmétique de raison 3 et $u_1=5$; exprimer u_n en fonction de n.
- (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0=-7$ et de raison $-\frac{1}{10}$; exprimer v_n en fonction de n.

t5- $\forall n\in\mathbb{N}$, $u_n=5(n+1)-3$ et $v_n=8\times 2^{-n-1}$. Préciser la nature et les éléments caractéristiques de ces deux suites.

t6-
- (u_n) est une suite arithmétique de raison 3, et $u_1=5$; calculer $u_1+u_2+\cdots+u_{12}$.
- (v_n) est une suite géométrique de raison -2 et $v_0=4$; calculer $v_1+v_2+\cdots+v_9$.

t7- Déterminer les limites de $3x^4+15x^3+1489x+3$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

t8- Étudier les limites de :

(a) $\dfrac{-3x^3+x+1}{x^2-1}$ en $-\infty$ (b) $\dfrac{x+3}{1+x}$ en -1^- (c) $\dfrac{x^2+3}{(x-3)^2}$ en 3.

t9- On considère la fonction $g : x\mapsto \dfrac{3x^2-5x+6}{1-x}$, définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

(a) Déterminer les réels a, b et c tels que $g(x)=ax+b+\dfrac{c}{1-x}$ pour tout $x\neq -2$.

(b) Montrer que la droite $\Delta : y=-3x+2$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_g$ en $+\infty$.