Test n°1 : complexes

Cours

Démontrer la propriété suivante : $|z_1 z_2| = |z_1|\,|z_2|$.

Exercices

1) Donner la forme algébrique du complexe suivant : $\dfrac{3+4i}{1-2i}$.

2) (a) Déterminer i^n pour toutes les valeurs de n entier naturel.
   (b) En déduire la valeur de $1 + i + i^2 + \cdots + i^n$ en fonction de n.

3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations :

   (a) $\dfrac{2z+i}{1+i-z} = 2i$ (b) $z^2 - 2\sqrt{2}z + 5 = 0$.

4) Soit z un nombre complexe non nul. Dire si les nombres suivants sont réels ou imaginaires purs :

$$z^2 + \overline{z}^2 \qquad \frac{z-\overline{z}}{z+\overline{z}} \qquad \frac{z^2-\overline{z}^2}{z\overline{z}+3}$$

Question subsidiaire : pour quelles valeurs de z les nombres ci-dessus sont-ils définis ?

5) z_1 et z_2 sont des complexes de modules respectifs r_1 et r_2, déterminer le module de $-z_1$, de $\overline{z_1}$, de $\frac{1}{z_1}$, de $z_1 z_2$ et de $\frac{z_1}{z_2}$.

Test n°1 : complexes

Cours

Démontrer la propriété suivante : $|z_1 z_2| = |z_1|\,|z_2|$.

Exercices

1) Donner la forme algébrique du complexe suivant : $\dfrac{3+4i}{1-2i}$.

2) (a) Déterminer i^n pour toutes les valeurs de n entier naturel.
   (b) En déduire la valeur de $1 + i + i^2 + \cdots + i^n$ en fonction de n.

3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations :

   (a) $\dfrac{2z+i}{1+i-z} = 2i$ (b) $z^2 - 2\sqrt{2}z + 5 = 0$.

4) Soit z un nombre complexe non nul. Dire si les nombres suivants sont réels ou imaginaires purs :

$$z^2 + \overline{z}^2 \qquad \frac{z-\overline{z}}{z+\overline{z}} \qquad \frac{z^2-\overline{z}^2}{z\overline{z}+3}$$

Question subsidiaire : pour quelles valeurs de z les nombres ci-dessus sont-ils définis ?

5) z_1 et z_2 sont des complexes de modules respectifs r_1 et r_2, déterminer le module de $-z_1$, de $\overline{z_1}$, de $\frac{1}{z_1}$, de $z_1 z_2$ et de $\frac{z_1}{z_2}$.