Test n°3 : dénombrements, formule du binôme

Cours

Énoncer et démontrer... devinez quoi ? Hé oui, la formule du binôme de Newton !

Exercices

1) **Dénombrement 1**

   Simplifier l'expression $\dfrac{n! - (n+1)!}{(n+2)!}$, où $n \in \mathbb{N}^*$.

2) **Dénombrement 2**

   Le code d'entrée d'un immeuble comporte 6 chiffres (de 0 à 9).

   (a) Combien y a-t-il de codes possibles ?
   (b) Combien de codes commencent par 1789 ?
   (c) Combien de codes sont formés de chiffres tous différents ?
   (d) Combien de codes comportent exactement 3 chiffres identiques (et trois autres chiffres distincts) ?
   (e) (*plus difficile*) Combien de codes s'écrivent avec seulement deux chiffres (comme 121121) ?

3) **Binôme 1**

   À l'aide de la formule du binôme de Newton, montrer l'*inégalité de Bernoulli* : pour tout $x \geqslant 0$ et tout entier naturel n, $(1+x)^n \geqslant 1 + nx$ (*indication : que vaut* $\binom{1}{n}$ *?*).

4) **Binôme 2**

   À l'aide de la formule du binôme, montrer que $\left(2+\sqrt{3}\right)^n + \left(2-\sqrt{3}\right)^n$ est un *entier pair.*

Test n°3 : dénombrements, formule du binôme

Cours

Énoncer et démontrer... devinez quoi ? Hé oui, la formule du binôme de Newton !

Exercices

1) **Dénombrement 1**

   Simplifier l'expression $\dfrac{n! - (n+1)!}{(n+2)!}$, où $n \in \mathbb{N}^*$.

2) **Dénombrement 2**

   Le code d'entrée d'un immeuble comporte 6 chiffres (de 0 à 9).

   (a) Combien y a-t-il de codes possibles ?
   (b) Combien de codes commencent par 1789 ?
   (c) Combien de codes sont formés de chiffres tous différents ?
   (d) Combien de codes comportent exactement 3 chiffres identiques (et trois autres chiffres distincts) ?
   (e) (*plus difficile*) Combien de codes s'écrivent avec seulement deux chiffres (comme 121121) ?

3) **Binôme 1**

   À l'aide de la formule du binôme de Newton, montrer l'*inégalité de Bernoulli* : pour tout $x \geqslant 0$ et tout entier naturel n, $(1+x)^n \geqslant 1 + nx$(*indication : que vaut* $\binom{1}{n}$ *?*).

4) **Binôme 2**

   À l'aide de la formule du binôme, montrer que $\left(2+\sqrt{3}\right)^n + \left(2-\sqrt{3}\right)^n$ est un *entier pair.*