

Test n°4 : produit scalaire dans l'espace

Cours

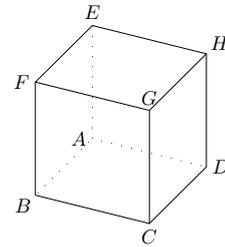
Énoncer et démontrer le théorème relatif à la distance d'un point à un plan (big surprise !).

Exercices

1) Exercice 1

On considère le cube $ABCDEFGH$ ci-contre.

- Montrer que $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{EG} \cdot \overrightarrow{FH}$, et en déduire que $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{FH} = 0$.
- Montrer de même que $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{FC} = 0$.
- Que peut-on dire de la droite (AG) et du plan (FCH) ? Justifier.



2) Exercice 2

On considère les points $A(1; 2; 0)$, $B(-2; 1; 1)$, $C(-3; 5; -1)$, $D(-4; 2; 4)$ et $H(-1; 1; -1)$.

- Calculer la longueur AH .
- Déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P} passant par H et orthogonal à la droite (AH) .
- Montrer que les points B , C et D appartiennent au plan \mathcal{P} .
- Quelle est la nature du triangle BCD ? En déduire l'aire du triangle BCD .
- Déterminer le volume du tétraèdre $ABCD$.

3) Exercice 3

- Déterminer le centre Ω et le rayon de la sphère \mathcal{S} d'équation $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z + 2 = 0$.
- Calculer la distance du point Ω au plan \mathcal{P} d'équation $2x - 2y - z - 3 = 0$.
- Le plan \mathcal{P} et la sphère \mathcal{S} sont-ils sécants ?

Test n°4 : produit scalaire dans l'espace

Cours

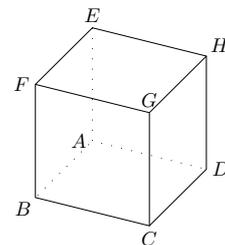
Énoncer et démontrer le théorème relatif à la distance d'un point à un plan (big surprise !).

Exercices

1) Exercice 1

On considère le cube $ABCDEFGH$ ci-contre.

- Montrer que $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{EG} \cdot \overrightarrow{FH}$, et en déduire que $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{FH} = 0$.
- Montrer de même que $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{FC} = 0$.
- Que peut-on dire de la droite (AG) et du plan (FCH) ? Justifier.



2) Exercice 2

On considère les points $A(1; 2; 0)$, $B(-2; 1; 1)$, $C(-3; 5; -1)$, $D(-4; 2; 4)$ et $H(-1; 1; -1)$.

- Calculer la longueur AH .
- Déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P} passant par H et orthogonal à la droite (AH) .
- Montrer que les points B , C et D appartiennent au plan \mathcal{P} .
- Quelle est la nature du triangle BCD ? En déduire l'aire du triangle BCD .
- Déterminer le volume du tétraèdre $ABCD$.

3) Exercice 3

- Déterminer le centre Ω et le rayon de la sphère \mathcal{S} d'équation $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z + 2 = 0$.
- Calculer la distance du point Ω au plan \mathcal{P} d'équation $2x - 2y - z - 3 = 0$.
- Le plan \mathcal{P} et la sphère \mathcal{S} sont-ils sécants ?