IC n°5 : Dérivation I

Cours

1) Soit f une fonction définie sur un intervalle I, et dérivable en $a \in I$. Donner l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a.
2) Soit u et v deux fonctions définies sur un intervalle I, et dérivables en $a \in I$.
   Démontrer que $u+v$ est dérivable en a, et que $(u+v)'(a) = u'(a) + v'(a)$.

Vrai-Faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie (et dans ce cas en donner une *démonstration rapide*) ou fausse (auquel cas fournir un *contre-exemple*).

1) Si f est définie en $a \in \mathbb{R}$, alors f est dérivable en a.
2) La fonction $f : x \mapsto x^3 - 48x + 16$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3(x-4)(x+4)$.
3) Si u est v sont dérivables en $a \in \mathbb{R}$, alors $\dfrac{u}{v}$ est dérivable en a.

Exercices

Exercice 1

Calculer les dérivées des fonctions suivantes, après avoir démontré qu'elles sont dérivables sur l'intervalle I donné :

1) $f_1 : x \mapsto 7x - 12, \qquad I_1 = \mathbb{R}$
2) $f_2 : x \mapsto \dfrac{x^4}{2} + 9x^3 - 12x + 5, \qquad I_2 = \mathbb{R}$
3) $f_3 : x \mapsto \sqrt{x} - \dfrac{12}{x}, \qquad I_3 =]0; +\infty[$
4) $f_4 : x \mapsto \sqrt{x}\left(x^2+1\right), \qquad I_4 =]0; +\infty[$
5) $f_5 : x \mapsto \dfrac{2x-3}{3x+1}, \qquad I_5 = \left]-\infty; -\frac{1}{3}\right[$
6) $f_6 : x \mapsto \dfrac{x^2 - x + 1}{\sqrt{x}+2}, \qquad I_6 =]0; +\infty[$

Exercice 2

ABC est un triangle. I est le milieu de $[BC]$, J et K les points définis par :

$$3\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{0} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$$

1) Faire une figure.
2) Dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$, déterminer les coordonnées des points I et K.
3) Montrer que $\overrightarrow{AJ} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. En déduire les coordonnées du point J.
4) Montrer qu'une équation de la droite (IJ) est : $-2x + 4y - 1 = 0$.
5) Montrer que les points I, J et K sont alignés.
6) Déterminer une équation de la droite d parallèle à (IJ) passant par C.
7) Calculer les coordonnées du point d'intersection H des droites (AB) et d.